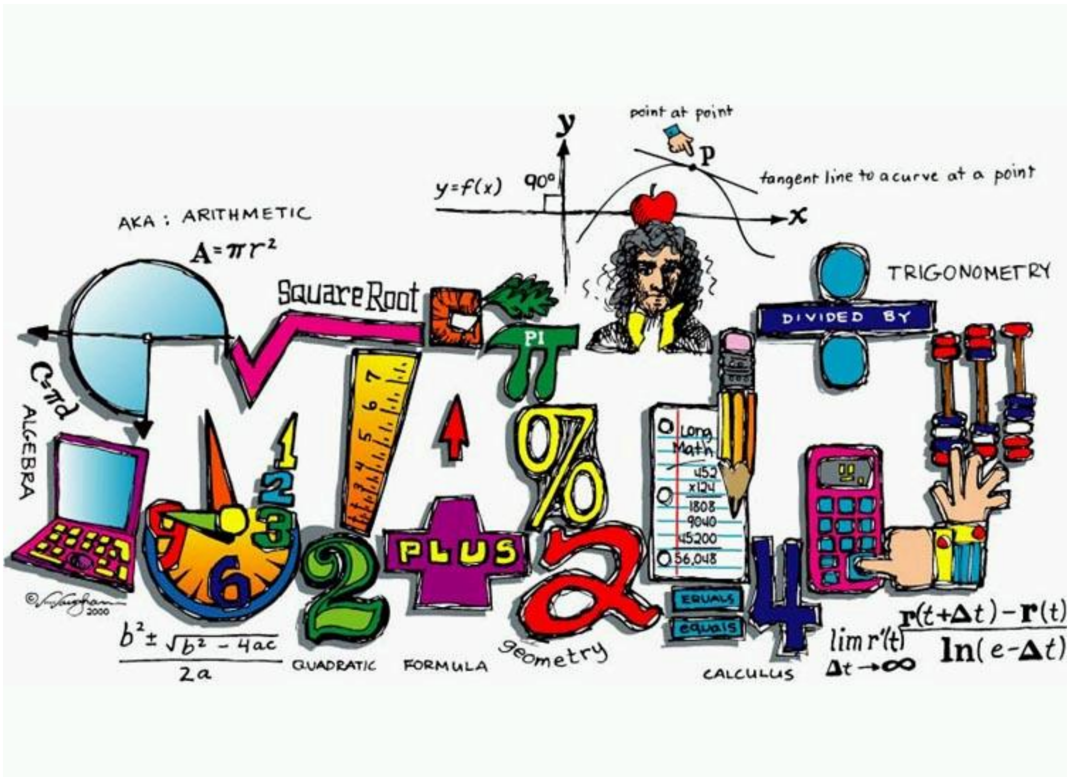
Gradivo za interno uporabo
Srednji STROKOVNI izobraževalni program
Program: EKONOMSKI TEHNIK, EKONOMSKI TEHNIK PTI

M3 – EKONOMIKA POSLOVANJA
SKLOP 1: POSLOVNO RAČUNSTVO IN STATISTIČNA ANALIZA POJAVOV



Avtorica: Nataša Pfajfar

Gradivo za interno uporabo

Kazalo vsebine:

1. RAZMERJA IN SORAZMERJA

1. 1. SORAZMERJA

V poslovni praksi kakor tudi v vsakdanjem življenju so velikokrat poleg absolutnih vrednosti pomembna tudi razmerja med njimi. Razmerja prikažejo odnos dveh števil (a : b). Če bi na primer stal prevoz z avtobusom na neki relaciji 3,50 EUR, prevoz z vlakom na isti relaciji pa 3 EUR, bi bili ti dve ceni v razmerju 7 : 6. Torej je 3,50 EUR proti 3 EUR enako kot 7 : 6. V tem primeru smo izenačili dve enaki razmerji.

Izenačitev dveh enakih razmerij imenujemo **sorazmerje**. Zapis sorazmerja v splošnem je $a:b=c:d$, pri čemer so a,b,c in d *členi sorazmerja,* a in d sta *zunanja* člena sorazmerja, b in c pa *notranja* člena sorazmerja.

Osvežimo znanje matematike in ponovimo nekaj pravil, ki veljajo za računanje s sorazmerji.

<u>Pravilo 1</u>: V poljubnem sorazmerju $a:b=c:d$ je produkt zunanjih členov enak produktu notranjih členov: $ad=bc$.

<u>Pravilo 2</u>: S členi sorazmerja $a:b=c:d$ lahko naredimo kakršnokoli zamenjavo, pri kateri ostaneta produkta zunanjih členov oz. notranjih členov nespremenjena.

$$a:b=c:d \quad \Rightarrow \quad d:b=c:a \quad , \quad a:c=b:d \quad \text{itd.}$$

<u>Pravilo 3</u>: Zaporedna sorazmerja (sestavljena sorazmerja)

$$\begin{aligned} x:y &= a_1:b_1 \\ &\quad\; a_2:b_2 \\ &\quad\; \ldots:\ldots \\ &\quad\; a_n:b_n \end{aligned}$$

lahko nadomestimo z enostavnim sorazmerjem $x:y=(a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n):(b_1\cdot b_2\cdot\ldots\cdot b_n)$.

Včasih izenačimo več enakih razmerij. Če je npr. $a:x=k$, $b:y=k$, $c:z=k$, lahko to napišemo kot $a:b:c=x:y:z$. Takšno izenačenje več enakih razmerij imenujemo **podaljšano** ali **razširjeno sorazmerje**.

ZGLED 1

Neto osebni dohodek dveh delavcev določimo na osnovi dveh podatkov: glede na izobrazbo bi morali biti plači v razmerju 3 : 1 in glede na nevarnost na delovnem mestu 3 : 5. Kolikšen naj bo neto prejemek prvega delavca, če drugi zasluži 850 EUR?

Pri tej nalogi imamo opravka z zaporednim sorazmerjem, saj je osebni dohodek odvisen od dveh faktorjev – od izobrazbe in od nevarnosti na delovnem mestu. Tako dobimo zapis:

$x_1 : x_2 = 3:1$

$3:5$, ki ga lahko nadomestimo z enostavnim razmerjem: $x_1 : x_2 = (3 \cdot 3) : (1 \cdot 5)$.

Če v to sorazmerje vnesemo neto osebni dohodek drugega delavca, dobimo prejemek prvega, to je 1530 EUR

ZGLED 2

Razmerje med Markovo in Petrovo štipendijo je 12 : 8, Tanjina, ki znaša 140 EUR, pa je z Markovo v razmerju 7 : 6. Izračunajte Markovo in Petrovo štipendijo!

Pri tej nalogi imamo dani dve sorazmerji (M : P = 12 : 8 in T : M = 7 : 6) in vrednost enega člena v drugem sorazmerju. S tem lahko postopoma izračunamo ostala dva neznana člena sorazmerja. Iz zapisa $140 : M = 7:6$ sledi, da ima Marko štipendijo v znesku 120 EUR. Če ta znesek vstavimo v prvo sorazmerje, izračunamo vrednost Petrove štipendije, tj. 80 EUR.

1. 2. PREMO SORAZMERJE IN OBRATNO SORAZMERJE

Dve količini sta **premosorazmerni**, če se zaradi povečanja ene količine 2-krat, 3-krat … poveča tudi druga količina natanko 2-krat, 3-krat …. Spremenljivki x in y sta premosorazmerni, če velja enačba $y = k \cdot x$, pri čemer konstanto k imenujemo **sorazmernostni faktor**.

$$y_1 = k \cdot x_1 \wedge y_2 = k \cdot x_2 \Rightarrow \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$$

$$y_1 : x_1 = y_2 : x_2 \Rightarrow x_1 : x_2 = y_1 : y_2$$

Primer **premosorazmernostnih** spremenljivk iz prakse: vrednost blaga (pri dani ceni blaga) je večja, če je množina blaga večja. Vrednost blaga je torej premosorazmerna množini blaga. Premosorazmernostni faktor je cena (vrednost blaga = cena x množina blaga).

Dve količini pa sta **obratnosorazmerni**, če se zaradi povečanja ene količine 2-krat, 3-krat … druga količina natanko 2-krat, 3-krat … pomanjša. Spremenljivki x in y sta obratnosorazmerni, če je njun produkt konstanten: $x \cdot y = k$ oz. $y = \frac{k}{x}$ (k > 0).

$$y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2 = k \Rightarrow x_1 : x_2 = y_2 : y_1$$

Primer obratnosorazmernih spremenljivk: za določen znesek (vrednost) dobimo pri višji ceni manjšo množino blaga. (Čibej, 2002)

ZGLED 3

Za 7 m blaga smo plačali 21 EUR. Koliko stane 15 m tega blaga?

Ker za večjo množino blaga plačamo več, imamo opravka s premim sorazmerjem, za katerega velja zapis: $x_1 : x_2 = y_1 : y_2$. Če metre označimo z x in vrednost v EUR z y, dobimo $7 : 15 = 21 : y_2$. Z uporabo že znanega računskega postopka ugotovimo, da 15 m blaga stane 45 EUR.

ZGLED 4

Neko delo bi 10 delavcev opravilo v 28 urah. V kolikšnem času bi isto delo opravilo 7 delavcev?

Če se zmanjša število delavcev, ki opravljajo neko delo, bo seveda potrebnih več delovnih ur za njegovo realizacijo (seveda predpostavljamo enako učinkovitost vseh zaposlenih); zato sta število delavcev in število delovnih ur v obratnem sorazmerju. Če v zapis obratnega sorazmerja, tj. $x_1 : x_2 = y_2 : y_1$, vstavimo naše vrednosti, dobimo $10 : 7 = y_2 : 28$. Rešitev je logična, 7 delavcev bi za isto delo porabilo 40 ur.

1.2.1. VAJE

2. Liter mleka stane 0,95 EUR.

a) Koliko bomo plačali za 12 litrov mleka?

b) Koliko litrov mleka manj bomo dobili za isti znesek, če je cena litra narasla za 0,19 EUR?

3. 33,3 kg neke zlitine ima prostornino 2,70 dm^3.

a) Koliko prostora zavzame 40-kilogramski odlitek iz te zlitine?

b) Koliko kg ima 1,50 dm^3 te zlitine?

4. Za tlakovanje kopalnice potrebujemo 180 keramičnih ploščic s ploščino 5 dm^2. Koliko ploščic bi potrebovali za isto kopalnico, če bi se odločili za ploščice s ploščino 2,25 dm^2?

Rešitve

1. a) 11,40 EUR, b) 2 litra
2. a) 3,24 dm^3, b) 18,5 kg
3. 400 ploščic

2. SKLEPNI RAČUN

Je način oziroma metoda, s katero lahko izračunamo eno neznano količino iz množice znanih količin, ki sestavljajo nek dogodek.

Pogoj za uporabo sklepnega računa je, da so vse znane količine z neznano količino v premo ali obrtnem sorazmerju.

Dve količini sta premo sorazmerni, če se ob povečanju prve količine za 2X, poveča tudi druga količina za natanko 2X.
Dve količini sta obratno sorazmerni, če se ob povečanju prve količine za dvakrat, druga količina zmanjša za natanko 2X.

Glede na množico količin v sklepnem računu ločimo:

- Enostavni sklepni račun – v njem nastopa nekaj znanih (manj kot 5) in ena neznana količina
- Sestavljeni sklepni račun – v njem nastopa vsaj pet znanih in ena neznana količina

Običajni sklepni račun lahko rešujemo:

- s sklepanjem na enoto
- z nastavitvijo sorazmerja
- s sklepno shemo

2.1. ENOSTAVNI SKLEPNI RAČUN

ZGLED 5
Kmet ima 50 krav mlekaric, zato proda mlekarni povprečno 3400 l mleka na teden. Po koliko mleka bo lahko oddajal mlekarni v naslednjih tednih, ko bo imel v hlevu le 38 krav?

Rešitev:

<u>a) sklepanje na enoto</u>

50 ….krav da tedensko …….3400 l mleka

1 krava da tedensko 3400/50 l mleka

38 krav da tedensko 3400/50 × 38 l mleka

X= 3400/50 × 38= 2584 litrov

b) <u>nastavitve sorazmerja</u>

najprej moramo ugotoviti vrsto sorazmerja med količinami v sklepnem računu. Število krav je **premo sorazmerno** količini oddanega mleka.

Sorazmerje premo sorazmernih količin sklepnega računa zapišemo v naslednji obliki:

X1 : X2 = Y1 : Y2

50 : 38 = 3400 : Y2 →

Y2= 3400/50 × 38

Y2 = 2584 litrov

<u>c) sklepna shema v dveh oblikah</u>

- s sklepanjem

  50 krav ………………3400 l mleka

  38 krav ………………..x l mleka

  x= 3400 × 38/50
  x= 2584 litrov

- s pomočjo puščic

  50 krav………………………………..3400 l mleka

  38 krav………………………………..x l mleka

  X= 3400×38 /50 = 2584 litrov mleka

2.1.1. NAVODILA ZA IZVEDBO SKLEPNEGA RAČUNA S SKLEPNO SHEMO (S POMOČJO PUŠČIC):

1. Sklepna shema se oblikuje tako, da se v eno izmed vrstic vpiše računske količine pogojnega stavka, v drugo vrstico pa računske količine vprašalnega stavka in neznano količino, ki jo običajno označimo z x. Računske operacije obeh stavkov morajo biti urejene po parih in opremljene s paroma enakima merskima enotama.

2. V sklepni shemi se vrsta sorazmerja med neznano količino in posameznimi znanimi količinami označi z ustrezno usmerjenimi puščicami in sicer:

- **osnovna puščica je pri neznani količini in je vedno orientirana od neznane količine x proti istosmerni znani količini,**
- **puščice pri ostalih količinah so:**
    1. **istosmerne v primeru premega sorazmerja** ↑ ↑
    2. **nasprotnosmerne v primeru obratnega sorazmerja** ↓ ↓

3. Neznano količino x se zapiše z ulomkom:

- **v števcu je vrednost nasproti x – a** (ob konici puščice) **in vse vrednosti ob začetkih puščic**
- **v imenovalcu pa so vse ostale vrednosti ob konicah puščic.**

4. Izračuna se vrednost ulomka, dobljeni rezultat pa se zapiše z odgovorom.

ZGLED 6: 12 gradbenih strojev opravi v 20 – ih dneh neko delo na gradbišču. Koliko delovnih dni bi bilo potrebno za dokončanje istega dela, če bi imeli na voljo le 8 enakih delovnih strojev?

a) s sklepanjem na enoto

12………..strojev dela ……..20 dni

1………..stroj dela……….12 × 20 dni

8 ………..strojev dela…..12 × 20 /8 dni

X= 12 ×20/8 = 30 dni

b) nastavitev sorazmerja

Število strojev je premo sorazmerno času dela.

Zato: **$x1 : x2 = y2 : y1$**

12 : 8 = x : 20 →

X= 12×20/8 = 30 dni

c) sklepna shema

12 strojev…………………………………..20 dni

8 strojev…………………………………………x dni

____-

X= 12×20 /8= 30 dni

2.2. SESTAVLJENI SKLEPNI RAČUN

Sestavljeni sklepni račun je sestavljen iz več enostavnih sklepnih računov. Kolikor je znanih računskih količin, toliko sklepanj – glede na neznano računsko količino je potrebno izvesti.

Načini reševanja nalog sestavljenega sklepnega računa so popolnoma enaki kot pri enostavnem, le sklepanje na enoto se ne uporablja.

ZGLED 7

15 strojev je tkalo blago 7 tednov po 6 dni na teden in po 8 ur dnevno ter stkalo 16 kosov blaga z dolžino 70 m in širino 120 cm. Koliko kosov z dolžino 88 cm in širino 45 cm bi stkalo 12 strojev v 6 tednih, če bi tkali 5 dni na teden in po 10 ur dnevno?

15 strojev 7 tednov 6 dni 8 ur 16 kosov 70 cm dolžina 120 cm širina

12 strojev 6 tednov 5 dni 10 ur x kosov 88 cm dolžine 45 cm širine

---

X = (16 x 12 x 6 x 5 x 10 x 70 x 120)/ (15 x 7 x 6 x 8 x 88 x 45)

X= 24,24kosov

Naredili bi 24,24 kosov.

2.3. UPORABA LINERANIH ENAČB

V praksi se srečujemo z nalogami, ki jih ne moremo reševati po enotnih receptih. Besedilo naloge v tem primeru zapišemo v obliki linearne enačbe, nato pa iz te izluščimo neznano količino. Po navadi dobimo množico rešitev enačbe, iz katere nato izberemo tisto, ki ustreza postavljenemu problemu.

ZGLED 8

Za nek znesek dobimo pri uličnem prodajalcu 9 kepic sladoleda. V lokalu na bazenu za isti znesek dobimo eno kepico sladoleda manj, saj je tam kepica dražja za 0,10 EUR. Kakšna je cena sladoleda pri uličnem prodajalcu?

Ponovimo znanje ekonomije: *vrednost = cena · količina*. V obeh primerih porabimo enako količino denarja, torej je vrednost obakrat enaka (znotraj nje se obratnosorazmerno spremenita le cena in količina). Cena sladoleda pri uličnem prodajalcu je x, cena na bazenu pa je povečana za 0,10 EUR. Z upoštevanjem količin sledi zapis enačbe:

$x \cdot 9 = (x + 0{,}10) \cdot 8$

Izračun nam pokaže, da je kepica sladoleda pri uličnem prodajalcu 0,80 EUR.

ZGLED 9

V zavetišču za živali je trenutno 12 psov. Zaloga hrane za njih zadostuje za 20 dni. Za koliko dni bo sedaj zadoščala hrana, če so po štirih dneh dobili v oskrbo bernardinca, ki na dan poje hrane za dva povprečna psa iz zavetišča?

Enemu psu bi celotna količina hrane zadoščala za 12 · 20 dni (gre za obratnosorazmerni spremenljivki: manj kot je živali, za več dni zadošča hrana); lahko rečemo, da je na voljo 240 enot hrane. V prvih štirih dneh se porabi 12 · 4 enot hrane, v preostalih dnevih (kar je neznanka x) pa se živalim pridruži še bernardinec, ki zaradi nadpovprečne količine hrane, ki jo poje dnevno, v izračunu poveča število psov na 14. Pri zapisu matematične enačbe moramo slediti temu, da je skupna poraba hrane enaka razpoložljivi količini.

$12 \cdot 20 = 12 \cdot 4 + 14x$

Od tod dobimo $x = 13{,}7$, torej je hrane dovolj še za 13 dni, kar pomeni, da nam trenutna zaloga skupno zadošča za 4 + 13 dni, to je 17 dni.

2.3.1. VAJE

1. Meter blaga stane 5765 eur; koliko stane blago za obleko, če ga potrebujemo 3,30 metra?

Rešitev:
1m …………5765
3.30 m…….x

X= (5765 x 3.3o)/1
X= 19024,5 eur

Odgovor: 3,30 m blaga stane 19024,5 eur.

2. Kravata stane 13 eur, koliko bomo plačali za 6 kravat?

Rešitev:
1 kravata ………….13 eur

6 kravat ……..x

X= (13 x 6)/1
X= 78 eur

Odgovor: za 6 kravat bomo plačali 78 eur.

3. Za sod kurilnega olja (252 litrov) smo plačali 23 eur. Koliko stane manjši sodček s 150 litri kurilnega olja?

Rešitev:
252 l………. 23 eur

150 l …….x eur

X= (23 x 150) / 252
X= 13,69 eur

Odgovor: Za manjši sodček s 150 litri kurilnega olja bo mo plačali 13,69 eur.

4. Delavec dobi za opravljenih 24 nadur 240 eur**.**

- Koliko dobi za 1 naduro?

  24 nadur……240 eur
  1 naduro……x eur

  X = 240 eur/24
  X= 10 eur

Odgovor: za 1 naduro dobimo 10 eurov.

- Koliko dobi za 50 nadur?

Za 50 nadur dobi 50 x 10 eur= 500 eurov.

- Koliko nadur bi moral opraviti, da dobi 560 eur?

1 naduro……….10 eur
X nadur………560 eur
X= 1x 560/10
X= 56 nadur

Odgovor: Opraviti bi moral 56 nadur.

5. Avto porabi za 390 km natanko 31,2 litra bencina.

- Koliko km naredi s 40 litri bencina?

390 km……..31,2 l bencina
X km………….40 l bencina

X = (390 x 40)/ 31,2

X= 500 km
Odgovor: S 40 litri naredi 500 km.

- Koliko bencina bi porabil za pot od Ljubljane do Bleda (52 km)?

390 km……..31,2 l bencina
52 km………….x l bencina

X = (31,2 x 52)/390
X = 4.16 l

Odgovor: Za pot porabi 4,16 litrov bencina.

6. 6 delavcev konča delo v 2 urah in 15 minutah? V kakšnem času isto delo opravi 12 delavcev?

Rešitev:
6 delavcev……………..135 min

12 delavcev…………x min

X = (135 x 6)/12
X= 67,5 minut

Odgovor: 12 delavcev opravi to delo v 67,5 minutah.

7. 68 kravam zadostuje neka količina hrane za 35 dni. Koliko dni bi ista količina hrane zadoščala 119 kravam?

Rešitev:
68 kravam……….35 dni

119 kravam…………x dni

X= (68 x 35) /119
X = 20

Odgovor: Ista količina hrane bi zadoščala za 20 dni.

8. V bali, ki stane 1200 eur je 33,5 m blaga. Koliko stane 2,20m blaga?

Rešitev:
33,5 m……1200 eur

2,20 m ……x eur

X= (1200 x 2,20) /33,5
X = 78, 81eur

Odgovor: 2,20 m blaga stane 78,81 eurov.

9. Koliko bi morali plačati za 152 kg prašiča, če smo za 123 – kilogramskega plačali 1200 eur?

Rešitev:
123 kg……1200 eur

152kg ……x eur

X= (1200 x 152) /123
X = 1482,93 eur

Odgovor: Za 152 kg prašiča moramo plačati 1482,93 eurov.

2.3.2. VAJE

1. Za tlakovanje hodnika je potrebno 3247 ploščic s ploščino 2.25 dm2. Koliko ploščic bi potrebovali za isti hodnik, če bi imele ploščino 2,83 dm2.

Rešitev:

3247 pl …………2,25 dm2

X ploščic ……..2,83 dm2

X= (3247 x 2,25) /2,83

X= 2581,53

Odgovor: Potrebovali bi 2582 polščic.

2. 6 študentov konča neko delo v 2 urah in 12 min. V kakšnem času bi opravilo isto delo 13 študentov?

Rešitev:

6 študentov …………132 min

13 študentov …………………x min

X= (132 x 6) /13

X= 60,92 min

Odgovor: 13 študentov bi isto delo opravilo v 1 uri in 0,92 min (55,2 sek).

3. V posodi, ki je 45 cm dolga in 25 cm široka stoji voda 45 cm visoko. Kako visoko bi ista količina vode stala v posodi, ki je 65 cm dolga in 30 cm široka?

Rešitev:

45 cm dolga …………25 cm široka 45 cm visoko

65 dolga …………………30 cm široka …………..x visoko

X= (45 x 45 x 25) / (65 x 30)

X= 25,96 cm

Odgovor: Ista količina vode bi stala 25,96 cm visoko.

4. 160 delavcev napravi v 12 mesecih pri 7 urnem delavniku 234567 m blaga. Koliko blaga bi napravilo 120 delavcev v 4 mesecih, če bi delali 9 ur dnevno?

Rešitev:

160 delavcev…….12 mes……7 urni…….234567 m blaga
120 delavcev…….4 mes…….…9 urni…….x blaga

X= (234567 x 120 x 4 x 9 x) / (160 x 12 x 7) = 75396,54 m
Odgovor: Napravili bi 75396,54 m blaga.

5. 14 strojev je tkalo blago 5 tednov po 5 dni na teden in po 10 ur dnevno ter stkalo 15 kosov blaga z dolžino 70 m in širino 120 cm. Koliko kosov z dolžino 90 m in širino 40cm bi stkalo 12 strojev v 6 tednih, če bi tkali 5 dni na teden in po 10 ur dnevno?

Rešitev:

14 strojev…….5 tednov……5 dni…..10 ur…..15 kos……70 m dolžina……120cm širina
12 strojev…….6 tednov……5 dni……10 ur……x kos……..90 m dolžina………40 cm

X= (15 x 12 x 6 x 5 x 10 x 70 x 120)/ (14 x 5 x 5 x 10 x 15 x 90 x 40)
X= 12 kosov
Odgovor: Stkali bi 12 kosov.

6. 15 delavcev je delalo 3 tedne po 6 dni na teden in po 12 ur dnevno, ter izkopalo jarek z dolžino 1200 m, širino 120 cm in globino 50 cm. Kako dolg jarek bi skopalo 12 delavcev, če bi kopalo jarek z globino 90 cm in širino 10 dm in bi delalo 6 tednov , 5 dni na teden in po 10 ur dnevno?

Rešitev:

15 del………..3 ted…..6 dni….12ur…….1200m dol……..120 cm širok……..50cm globok
12 del………..6 ted…...5 dni…10 ur……..x m dol…………100 cm širok… ….90 cm globok

X= (1200 x 12 x 6 x 5 x 10 x 120 x 50) / (15 x 3 x 6 x 12 x 100 x 90)
X = 888,89 m

Odgovor: Izkopali bi 888,89 m dolg jarek.

7. Skupina 9 delavcev opravi neko delo v 13 delovnih dneh, če delajo po 9 ur na dan. Koliko delavcev bo opravilo podobno delo v 15 delovnih dneh, če bodo delali po 8 ur na dan in bo obseg dela za približno 10 % večji?

Rešitev:

9 delavcev	↑	13 dni	↓	9 ur/dan	↓	100 %	↑
x delavcev	↑	15 dni	↓	8 ur/dan	↓	110 %	↑

$$x = \frac{9 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 110}{15 \cdot 8 \cdot 100} = 9{,}7 \approx 10 \text{ delavcev}$$

2.3.3. SAMOSTOJNO DELO

1. 23 delavcev izkoplje 54 m dolg, 1 m širok in 3m globok jarek v 5 tednih, če delajo po 6 ur na dan. Kako dolg jarek bo izkopalo 27 delavcev v 2 tednih po 8 ur na dan, če je 3 m širok in 1 m globok?

2. Za prevoz jabolk potrebujemo 100 zabojev, če gre v vsak zaboj 28,5 jabolk. Koliko jabolk gre v posamezni zaboj, če le teh porabimo 75?

3. Delavec konča neko delo v 9 dneh, če dela po 6 ur dnevno. V koliko dneh bi končal neko delo, če dela po 12 ur dnevno?

4. 5 delavcev je zaslužilo v 5 dneh pri 8 – urnem delavniku 34000 eurov. Koliko bo zaslužilo 18 delavcev v 3 dneh, če delajo smo po 6 ur dnevno.

5. V posodi, ki je 49 cm dolga in 20 cm široka stoji voda 25 cm visoko. Kako visoko bi ista količina vode stala v posodi, ki je 100 cm dolga in 30 cm široka? (4)

6. 18 strojev je tkalo blago 9 tednov po 6 dni na teden in po 7 ur dnevno ter stkalo 18kosov blaga z dolžino 72 m in širino 120 cm. Koliko kosov z dolžino 90 m in širino 40 cm bi stkalo 13 strojev v 8 tednih, če bi tkali 5 dni na teden in po 10 ur dnevno? (4)

3. RAZDELILNI RAČUN

Z razdelilnim računom rešujemo probleme delitve neke mase med upravičence.
Kadar na delitev vpliva en sam pogoj imamo **enostavni razdelilni račun**.
Če je pogojev po katerih določamo deleže posameznih udeležencev več, pa imamo opravka **s sestavljenim razdelilnim računom.**

3.1. Enostavni razdelilni račun

3. 1.1. Delitev v razmerju

Delitev v razmerju je najpogostejši način delitve mase med upravičence. Delitev v razmerju je lahko:

- premo sorazmerna – večje razmersko število, večji delež pri delitvi
- obratno sorazmerna – večje razmersko število, manjši delež pri delitvi

ZGLED 10

Denarno maso v višini 56400 eur razdelimo med tri opravičence v razmerju 3:4:5 in sicer:

- premo sorazmerno in
- obratno sorazmerno danemu razmerju.

a) premo sorazmerna delitev (A, B, C so upravičenci)

$A : B : C = 3 :4 : 5$

$A = 3 . x$
$B = 4 . x$
$C = 5 . x$

Zapišemo enačbo, izračunamo x in zapišemo rešitev.

$3. x + 4. x + 5. x = 56400$
$12. x = 56400$
$x = 564007 / 12$
$x= 4700$

$A = 3 . 4700 = 14100$ eur
$B = 4 . 4700 = 18800$ eur
$C = 5 . 4700 = 23500$ eur

56400 eur

b) **obratno sorazmerna delitev (A, B, C so upravičenci)**

A : B : C = 1/3 : 1/4 : 1/5

Množimo z najmanjšim skupnim imenovalcem in to je 60.

Tako dobimo:

A : B : C = 1/3 . 60 : 1/4 . 60 : 1/5 . 60
A : B : C = 20 : 15 : 12

Zapišemo enačbo, izračunamo x in zapišemo rešitev.

20 . x + 15 . x + 12 . x = 56400
47 . x = 56400
x = 564007 / 47
x= 1200

A = 20 . 1200 = 2400 eur
B = 15 . 1200 = 18000 eur
C = 12 . 1200 = 14400 eur

56400 eur

ZGLED 11

Na študentskem marketinškem festivalu je bila izplačana nagrada za najboljši propagandni oglas v znesku 1500 EUR. Nagrado sta si med seboj razdelila dva ustvarjalca oglasa glede na vloženo delo, tako da je prvi dobil 900 EUR. V kakšnem razmerju sta si razdelila nagrado?

Pri reševanju nalog razdelilnega računa nam bo v pomoč predvsem logično sklepanje. Pri tej nalogi sklepamo, da sta si nagrajenca razdelila denar v premem sorazmerju. Naloga ima malce obrnjen vrstni red reševanja, saj moramo iz znanih deležev delitve preiti k zapisu razmerja. Če je prvi udeleženec v delitvi dobil izplačanih 900 EUR, jih je drugi dobil 600 (razlika med celoto, tj. 1500 EUR, in 900 EUR). Torej velja $x_1 : x_2 = 900 : 600$. Že v prvem poglavju gradiva smo ugotovili, da so iz povsem praktičnih razlogov razmerja izražena z najmanjšimi naravnimi števili; spomnimo se, da so to cela pozitivna števila. Iz tega sledi okrajšava členov razmerja s 300, kar nas pripelje do rešitve oziroma delilnega razmerja, ki je 3 : 2.

ZGLED 12

Enkratno denarno pomoč v znesku 4800 EUR želimo razdeliti med tri družine v obratnem sorazmerju z dohodkom na družinskega člana. Dohodek na družinskega člana prve družine znaša 150 EUR, druge 200 EUR in tretje 120 EUR. Koliko denarne pomoči bo prejela posamezna družina?

Pri tej nalogi želimo deleže razdeliti v logičnem obratnem sorazmerju glede na dohodke, zato zapišemo obratne vrednosti števil 150, 200 in 120. Ponovitev srednješolskega znanja matematike, *obratna* oziroma *recipročna vrednost števila a* je $a^{-1} = \frac{1}{a}$, nam pomaga do zapisa

$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{150} : \frac{1}{200} : \frac{1}{120}$, pri čemer smo z x_1, x_2 in x_3 označili družine.

Seveda se nato skušamo čim prej znebiti ulomkov, ker se sorazmerje ne spremeni, če množimo vse člene na desni strani z istim od 0 različnim številom, jih pomnožimo (po možnosti) z najmanjšim skupnim imenovalcem 600 in dobimo

$x_1 : x_2 : x_3 = 4 : 3 : 5$

Ker so razmerska števila samo okrajšana realna števila, jih pomnožimo z nam trenutno še neznanim osnovnim deležem, ki ga označimo z x.

$x_1 = 4x$ $\quad x_1 = 5 \cdot 222{,}2222 = 1111{,}11$ EUR

$x_2 = 3x$ $\quad x_2 = 4 \cdot 222{,}2222 = 888{,}89$ EUR

$x_3 = 5x$ $\quad x_3 = 6 \cdot 222{,}2222 = 1333{,}33$ EUR

Ker vsem trem družinam skupaj razdelimo 4800 EUR, so temu enaki deleži vseh družin. Velja torej $4x + 3x + 5x = 4800$, iz česar sledi, da je osnovni delež 400. Ko pomnožimo razmerska števila z izračunanim osnovnim deležem, dobimo zneske pomoči za vsako družino. Prva družina tako dobi 1600 EUR, druga 1200 EUR in tretja 2000 EUR. Če smo pravilno opravili delitev, se mora ujemati seštevek vseh deležev z delilno celoto.

3.1.2. Delitev z ulomki

Ulomki določajo delež od celotne mase, ki pripada posameznim udeležencem ob njeni delitvi.

Pri delitvi z ulomki morajo biti izpolnjeni pogoji:

- vsota vseh ulomkov je enaka 1,
- vsota vseh procentnih deležev je enaka 100 %.

ZGLED 13

Denarno maso v višini 116000 eur razdelimo med 3 udeležence tako, da bosta dobila prvi in tretji dobila 3/8 od celotne mase, drugi pa ostanek!

3/8 + x + 3/8 = 1

x = 1 – 6/8 = 8/8 – 6/8 = 2/8 = 1/4

1. 3/8 od 116000 = 3/8 . 116000 = 43500 eur
2. 1/4 od 116000 = 1/4 . 116000 = 29000 eur
3. 3/8 od 116000 = 3/8 . 116000 = 43500 eur

3.1.3. Delitev z razlikami

Primer: Denarno maso v višini 85.000 eur razdeli med tri upravičence, tako, da prvi dobi 10.000 eur več kot drugi, tretji pa 30.000 eur manj kot dobita prvi in drugi skupaj.

Prvi. X + 10 000 = 33 750
Drugi: x = 23 750
Tretji: x + x+ 10 000 – 30000 = 27 500

X + 10.000 + x + ((x+x+10 000) – 30 000))=
X= 23750

3.2. Sestavljeni razdelilni račun

ZGLED 14

Štirje delavci so skupaj zaslužili 155760 EUR. Koliko je zaslužil posamezni delavec , če je prvi delavec delal 3 dni po 12 ur/dan, drugi 6 dni po 10 ur na dan, tretji 3 dni po 9 ur/dan in četrti 9 dni po 7 ur/dan, drugi delavec pa ima 20% višjo postavko, ker je delala v nočnem času?

A : B : C : D = 3 : 6 : 3 : 9 - dnevi
= 12 : 10 : 9 : 7 – ure
= 100 : 120 : 100 : 100

Oblikujemo novo sorazmerje

A : B : C : D = 3600 : 7200 : 2700 : 6300

Okrajšamo sorazmerje

A : B : C : D = 4 : 8 : 3 : 7

4 x + 8 x + 3 x + 7 x = 155 760
22 x = 155 760
X = 7080

A = $4 \cdot 7080$ = 28 320 eur

B = $8 \cdot 7080$ = 56 640 eur
C = $3 \cdot 7080$ = 21 240 eur
D = $7 \cdot 7080$= 49 560 eur

ZGLED 15
Pomoč v znesku 4800 EUR razdelimo trem družinam tako, da bodo deleži premosorazmerni številu družinskih članov (teh imajo 5, 4 in 6) in obratnosorazmerni višini dohodkov na družinskega člana, ki znašajo za posamezno družino 150 EUR, 200 EUR in 120 EUR.

Poleg višine dohodka na družinskega člana sedaj na delitev vpliva tudi njihovo število. Na delitev torej vplivata dva ključa. Oba pogoja delitve lahko združimo v enega, previdnost je pri tem potrebna predvsem pri upoštevanju vrste sorazmerja.

Zdaj nam ne bo težko zapisati zaporednega sorazmerja, ki velja za deleže pomoči našim družinam:

$x_1 : x_2 : x_3 = 5 : 4 : 6$ premosorazmerno glede na število družinskih članov

$= \frac{1}{150} : \frac{1}{200} : \frac{1}{120}$ obratnosorazmerno glede na dohodek na družnskega člana

Z razrešitvijo zaporednega sorazmerja dobimo naslednje razširjeno sorazmerje: $x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{30} : \frac{1}{50} : \frac{1}{20}$. Od tukaj dalje računamo, kot bi imeli opravka z enostavnim razdelilnim računom – delitev v razmerju. Za vajo vas prepuščam lastni iznajdljivosti, deleži posameznih družin pa so naslednji: prva dobi 1548,39 EUR, druga 929,03 EUR in tretja družina 2322,58 EUR pomoči.

3.2.1. VAJE

1. Znesek 12000 razdeli na tri dele v razmerju 3 : 4 : 5.

1. 3 . x = 3 . 100 = 300
2. 4 . x = 4 . 100 =400
3. 5 . x = 5 . 100 = 500

3 . x + 4 . x + 5 . x = 1200
12 .x = 1200
x = 1200/12
x= 100

2. Število 186615 razdeli na pet enakih delov.

186615 /5 = 37323
1. 37323
2. 37323
3. 37323
4. 37323
5. 37323

3. Razdeli 500 enot v razmerju 4: 3 1/3 : 2 2/3.

x1 : x2: x3 = 4: 10/3 : 8/3 / množimo s 3
x1 : x2: x3 = 12 : 10 : 8/delimo z 2

$x1 : x2 : x3 = 6 : 5 : 4$

$x1 = 6 . x = 6 . 33,33 = 199,98$
$x2 = 5 . x = 5 . 33,33 = 166,65$
$x3 = 4 . x = 4 . 33,33 = 132,32$

$6 . x + 5. x + 4 . x = 500$
$15 . x = 500$
$x = 33,33$

4. Razdeli 100 enot v razmerju 5: 5 5/7 : 3 4/7.

$x1 : x2 : x3 = 5 : 40/7 : 25/7$ / množimo s 7
$x1 : x2 : x3 = 35 : 40 : 25$ /delimo z 5
$x1 : x2 : x3 = 7 : 8 : 5$

$x1 = 7 . x = 7 . 5 = 35$
$x2 = 8 . x = 8 . 5 = 40$
$x3 = 5 . x = 5 . 5 = 25$

$7 . x + 8. x + 5 . x = 100$
$20 . x = 100$
$x = 5$

5. 1638 kg blaga razdelimo trem trgovinam v razmerju 10 : 7 : 4.

$x1 : x2 : x3 = 10 : 7 : 4$

$x1 = 10. x = 10 . 78 = 780$
$x2 = 7 . x = 7 . 78 = 546$
$x3 = 4 . x = 4 . 78 = 312$

$10 . x + 7. x + 4 . x = 1638$
$21. x = 1638$
$x = 78$

Odgovor: Prva trgovina dobi 780 kg, druga 546 kg in tretja 312 kg.

6. V tovarni čokolade so petim otrokom za nagrado razdelili skupaj 78 kg čokolade in sicer premo sorazmerno z njihovo telesno težo. Njihove telesne teže pa so bile: Alen 24 kg, Bor 32kg, Cilka 20 kg, Davor 36 kg, Emil 44 kg. Koliko čokolade je prejel posamezni otrok?

Alen : Bor : Cilka : Davor : Emil = 24 : 32 : 20 : 36 : 44 / delimo s 4
= 6 : 8 : 5 : 9 : 11
Alen = 6 . x = 6 . 2 = 12

Bor = 8 . x = 8 . 2 = 16
Cilka = 5 . x = 5 . 2 = 10
Davor = 9 . x = 9 . 2 = 18
Emil = 11 . x = 11 . 2 = 22

6 . x + 8 . x + 5 . x + 9 . x + 11 . x = 78
39 . x = 78
x = 2

Odgovor: Alen dobi 12 kg čokolade, Bor 16kg, Cilka 10kg, Davor 18kg in Emil 22 kg.

7. Štiri žičnice v enem dnevu na smučišča pripeljejo 3500 smučarjev. Kolikšno število smučarjev prepelje posamezna žičnica, če vemo, da prva žičnica prepelje 1/5, druga 2/5, tretja 1/4 smučarjev, četrta otroška žičnica, pa vse ostale smučarje od skupne dnevne zmogljivosti žičnic?

1. žičnica = 1/5 od 3500 = 1 . 3500/5 = 700 smučarjev
2. žičnica = 2/5 od 3500 = 2 . 3500/5 = 1400 smučarjev
3. žičnica = 1/4 od 3500 = 875 smučarjev
4. žičnica = 525 smučarjev

Odgovor: Prva žičnica pripelje 700 smučarjev, druga 1400 smučarjev, tretja 875 smučarjev in četrta 525.

8. Blago so razdelili med tri poslovalnice : druga je dobila 50m več kot prva, tretja pa 30 m manj kot prva. Koliko blaga so razdelili in koliko blaga je dobila posamezna poslovalnica, če sta dobili druga in tretja poslovalnica skupaj 960 m blaga?

9. Iz sklada za socialno pomoč, ki znaša 1 500 000 eur bo ustanova izplačala denarno pomoč štirim družinam in sicer v obratnem sorazmerju z njihovimi povprečnimi dohodki, ki znašajo: A – 30 000, B – 40 000, C – 120 000, D – 60 000. Kakšne zneske bodo prejele družine?

10. Nagrado 4500 d.e razdelimo trem tekmovalcem tako, da drugi prejme toliko, kot prvi in tretji skupaj, tretji pa prejme dvakrat toliko kot prvi. Kakšne so nagrade?

11. 3. Štirje delavci so skupaj zaslužili 155760 EUR. Koliko je zaslužil posamezni delavec , če je prvi delavec delal 3 dni po 12 ur/dan, drugi 6 dni po 10 ur na dan, tretji 3 dni po 9 ur/dan in četrti 9 dni po 7 ur/dan? Drugi delavec pa ima za 1/3 višjo urno postavko, ker je delal v nočnem času.

12. Šestim poslovalnicam je potrebno razdeliti 4200 kosov nekega blaga:

- <u>prve tri poslovalnice dobijo 3/7 od celotne količine</u>, blago pa si razdelijo premo sorazmerno s povprečnim tedenskim obiskom poslovalnic: A je 600 kupcev, B je 900 kupcev in C je 1500 kupcev.

- <u>ostale tri pa si ostanek razdelijo obratno sorazmerno z oddaljenostjo</u> od skladišča: D je 24 km, E je 40 km in F je 60 kmKoliko kosov blaga dobi posamezna poslovalnica?

13. Znesek 350000 d.e. moramo razdeliti med 3 delavce in sicer prvi je delal 25 dni po 6 ur, drugi 10 dni po 8 ur in tretji 1o dni po 6 ur. Koliko dobi vsak, če je urna postavka drugega delavca za 1/3 večja od urnih postavk prvega in tretjega?

14. Znesek 350000 d.e. moramo razdeliti med 3 delavce in sicer prvi je delal 25 dni po 6 ur, drugi 10 dni po 8 ur in tretji 1o dni po 6 ur. Koliko dobi vsak?

4. PROCENTNI RAČUN

Procent pomeni 1/100 celotne količine. Tako je na primer 12% = 12/100= 0,12.
En promil pomeni 1/1000 celotne količine. Tako je na primer 12 promil= 12/1000= 0,012

KOLIČINE V PROCENTNEM RAČUNU
C – celota ali osnova – količina od katere se računa procente.
d- delež – to je količina za katero se računa procent ali promil.
p– procentna ali promilna mera – število, ki pove koliko stotin ali tisočin celote predstavlja določen delež od celote.

K reševanju procentnega računa lahko pristopimo na več načinov:

- s sklepanjem,
- z uporabo v naprej pripravljenih formul,
- z oblikovanjem enačbe oz. sistema enačb.

FORMULE
p= d x 100/ C
C= d x 100/ p
d= p x c/100

Pri promilnem računu 100 zamenjamo s 1000.

4.1 RAČUNANJE POVEČANE IN ZMANJŠANE CELOTE

Odstotki se vedno računajo od celote (ki ustreza 100 %), lahko pa se zgodi, da celota ni znana, ampak je podana količina, ki pomeni za nek delež povečano ali zmanjšano celoto, C ± D. Znana je torej količina, ki ustreza (100 ± p) %, ali povedano drugače, znana je povečana $C^+ = C + D = (100 + p)$ % ali zmanjšana celota $C^- = C - D = (100 - p)$ %.

ZGLED 16

Ker smo račun poravnali z gotovino, nam je prodajalec priznal popust (skonto) v višini 8 % od prodajne cene blaga. Kolikšna je prodajna cena tega blaga, če smo s popustom plačali 47,84 EUR?

Ker nam je prodajalec odobril 8 % popust, smo plačali (100 – 8) %, kar znaša 92 % prodajne cene blaga. Iščemo osnovo, tj. 100 %. Predno se lotimo reševanja naloge s sklepanjem, pomislimo tudi na možno rešitev naloge (da ne bomo kot odgovor pisali absolutno nemogočih rešitev). Prodajna cena brez popusta mora biti večja od cene s popustom.

$$92\ \% \ \ldots\ldots\ 47{,}84 \text{ EUR}$$
$$1\ \% \ \ldots\ldots\ \frac{47{,}84}{92} \text{ EUR}$$
$$100\ \% \ \ldots\ldots\ \frac{47{,}84 \cdot 100}{92} = 52 \text{ EUR}$$

ZGLED 17

1. Na razprodaji smo z odobrenim 30 % popustom plačali za hlače 35 EUR. Kolikšna je bila prvotna prodajna cena tega artikla?

35 EUR ... 70 %
X EUR ... 100 %

$$x = \frac{35 \cdot 100}{70} = 50 \text{ EUR}$$

Odg.: Prvotna prodajna cena tega blaga je znašala 50 EUR

4.2 SPREMEMBA CENE

ZGLED 18

Če bi se blago pocenilo za 4 %, bi stalo 10 EUR. Koliko pa stane sedaj, ko se je namesto tega dvakrat zapored podražilo za 5 %?

Najprej izračunamo ceno blaga brez pocenitve, kar znaša 10,42 EUR. To ceno nato povečamo za 5 % in dobimo ceno po prvi podražitvi, to je 10,94 EUR. Osnova za drugo podražitev je seveda bila nova cena, torej je končna cena (po dveh podražitvah) 11,49 EUR. Najpogostejša napaka pri takem tipu nalog je seštevanje odstotkov podražitev, kar nam sicer olajša izračun, vendar nas ne pripelje do pravilnega rezultata. Pa poglejmo z vidika potrošnika, v katerem primeru bomo plačali več, če se blago dvakrat zapored podraži za 5 % ali enkrat za 10 %. V drugem primeru je prodajna cena seveda nižja (11,46 EUR).

Vaja:

1. Zapiši v obliki odstotkov:
a) 0,56
b) 0,01
c) 1,25
d) 4,25
e) 1.012

Rešitev:
a) 56%
b) 1%
c) 125%
d) 425%
e) 101,2%

2. Zapiši kot decimalno število
a) 45,3%
b) 123,45%
c) 4,22%
d) 1,25%
Rešitev:
a) 0,453
b) 1,2345
c) 0,0422
d) 0,0125

3. Koliko je 4% od 4% od 10000?

4% od 10000 = 4/100 x 10000= 400
4% od 400 = 4/100 x 400 = 16

4. Koliko je treba narediti, da bi normo, ki znaša 1599 enot presegli za 12%?
1599 100%
X 112%
X = (1599 x 112)/100
X= 1790,88.

5. Izračunaj:
a) 3% od 453 = 3/100 x 453 = 13,59
b) 5% od 234 = 5/100 x 234 = 11,7
c) 6% od 5674 = 6/100 x 5674 = 340,44
d) 0,2% od 12345 = 0,2/100 x 12345 = 24,69
e) 4 prom. od 234 = 4/1000 x 234 = 0,936

6. Cena blaga je 70,30 EUR. Kakšna je nova cena blaga, če se je blago podražilo za 5 %?

70,30 100%

X 105%

X= (105 x 70,30)/ 100

X = 73,82 eur

Odgovor: Nova cena blaga je 73,82 eur.

7. Banka nam zaračuna 3% provizijo. Koliko znese provizija, če je nakazliko12345 eur?

100% 12345

3% x

X = (3 x 12345) /100

X = 370,35 eur

Odgovor : Provizija znese 370,35 eur.

8. Blago se je pocenilo za 12% in sedaj stane 12345 eur. Kakšna je bila cena pred znižanjem?

88 % 12345

100% x

X = (100 x 12345)/88

X = 14028,41 eur

Odgovor: Pred znižanjem je bila cena 14028,41 eur.

9. Katera od dveh serij je boljša; prva, ki ima med 500 izdelki 85 izdelkov 1. kakovosti, ali druga, v kateri je med 600 izdelki 96 izdelkov 1. kakovosti?

1. serija

100 % 500 izdelkov

X % 85 izdelkov

X = (85 x 100) / 500

X = 17 izdelkov

2. serija

100 % 600 izdelkov

X % 96 izdelkov

X = (96 x 100) / 600

X = 16

Odgovor: Boljša je druga serija.

10. Neko blago je stalo 455,44 EUR. Nato se je najprej podražilo za 8%, se pocenilo za 2,5%, se spet podražilo za 3%. Kolikšna je končna cena blaga?

100% 455,44 eur

108% x eur

491,88 eur 100%

x eur 97,5%

X = 491,88 eur x = 479,58 eur

100% 479,58eur
<u>103% x eur</u>
X = 493,97 eur

Odgovor: Končna cena blaga je 493,97 eur.

11. V nekem mestu je od 245000 prebivalcev zbolelo za gripo 21566 ljudi. Koliko % je to? Koliko % prebivalcev za gripo ni zbolelo?

245000 100%
<u>21566 x %</u>
X = (21566 x 100) /245000
X = 8,80 %

Odgovor: Za gripo ni zbolelo 91,2% prebivalcev, zbolelo pa jih je 8,80%.

12. Škornji so stali 40 EUR, nato so ceno znižali za 8%, na razprodaji pa bodo še za 45% cenejši. Koliko bodo stali na razprodaji?

100% 40 eur
<u>92% x eur</u>
X = (92 x 40)/100
X = 36,8 eur

100% 36eur
<u>55% x eur</u>
X = (55 x 36/100
X = 20,24 eur

Odgovor: Na razprodaji bodo stali 19,8 eur.

13. V šoli je 53,56% temnolasih otrok. Koliko otrok je v šoli, če je svetlolasih 222?

100% - 53,56% = 46,44% - svetlolasi

46,44% 222 otrok
<u>100% x otrok</u>
X = (222 x 100) / 46,44
X = 478 ,04 otrok

V šoli je 478 otrok.

14. Letos je imel hotel 12500 gostov, kar je 5% manj od načrtovanega števila. Koliko gostov lahko pričakujemo v prihodnjem letu, če računamo, da jih bo 12% več, kot smo načrtovali za letos?

95% 12500 gostov
112% x gostov

X = (112 x 12500) / 95
X = 14736,84 gostov

Odgovor: Pričakujemo lahko 14737 gostov.

15. Koliko znaša bruto nadomestilo za nego in varstvo otroka, če je mati po odbitku 36,74 % prispevkov in davkov, ki se vsi obračunavajo od bruto zneska, dobi izplačanih 798,32 EUR?

16. Mesto ima 12.436 prebivalcev. Od tega je 6109 moških. Kolikšen je odstotek žensk v tem mestu?

17. V razredu je 16 ″vozačev″. Koliko dijakov je v razredu, če jih v šolo prihaja peš 42,9 %?

18. Prvotna cena bio banan je znašala 2,10 EUR/kg. Koliko EUR več plačamo za kg teh banan, če so se zaradi zvišanja cene nafte na svetovnem trgu, bio banane podražile za 7 %?

19. V arboretumu so po hudem neurju, ki je uničil veliko število dreves, na novo posadili 185 sadik, od tega se jih je prijelo 143. Koliko odstotkov dreves se ni prijelo?

20. Neko blago smo prodali skupaj z vračunanimi 12 % stroški za 2,40 EUR/kg. Koliko EUR so znašali stroški?

21. Ker smo blago plačali z gotovino, nam je prodajalec priznal popust (»skonto«) v višini 5 % od prodajne cene. S tem smo prihranili razliko od plačanih 230,85 EUR prodajne cene. Koliko bi plačali, če nam ne bi bil odobren popust?

22. Kolikšna je bila prvotna vrednost blaga, če smo za to blago z 8 % popustom plačali 18,40 EUR?

23. Prvotna cena blaga je znašala 15,60 EUR. Blago se je nato dvakrat zapored podražilo za 5 %. Kakšna je končna cena tega blaga? (R: 17,20 EUR)

24. Če bi v podjetju na začetku leta odpustili 5 % delavcev, bi jih bilo še vedno zaposlenih 40. Koliko je ostalo zaposlenih v tem podjetju potem, ko so dejansko odpustili 16,9 % delavcev? (R: 35 zaposlenih)

25. Koliko znaša bruto plača delavca, če je po odbitku 40,6 % prispevkov, ki se vsi obračunavajo od bruto zneska, dobil izplačanih 1020,00 EUR? (R: 1717,17 EUR)

5. OBRESTNI RAČUN

5.1 OSNOVNE KOLIČINE V OBRESTNEM RAČUNU

- **Obresti (o)** so denarno nadomestilo, ki ga dolžnik plača upniku za izposojen denar, s katerim je dolžnik nekaj časa razpolagal (cena kapitala). Znesek obresti določajo glavnica, čas obrestovanja in obrestna mera.
- **Glavnica (G)** ali kapital je znesek, od katerega se računajo obresti.
- **Čas obrestovanja (l** - leto**, m** - mesec**, d** - dnevi**)** pove, kako dolgo se neka glavnica obrestuje. Obresti so pri tem naraščajoča funkcija časa obrestovanja.
- **Obrestna mera (p)** oz. obrestna stopnja je sorazmerni faktor, ki določa, koliko denarnih enot (d. e.) obresti odpade na vsakih 100 d. e. glavnice, ki smo jo uporabljali eno kapitalizacijsko obdobje. Obrestna mera je v osnovi definirana kot letna obrestna mera, ki jo po potrebi lahko preračunamo oz. reduciramo na krajša časovna obdobja.

Za nadaljnje razumevanje opisa različnih vrst obrestnega računa bomo opredelili še pojem kapitalizacijskega obdobja. **Kapitalizacijsko obdobje** je *časovno obdobje med dvema zaporednima pripisoma obresti*. Osnovno in najdaljše kapitalizacijsko obdobje je eno leto in temu ustreza letna obrestna mera, najkrajše kapitalizacijsko obdobje pa je en dan. Če kapitalizacijsko obdobje ni eno leto, mora biti to dejstvo posebej navedeno v pogodbi. Kot smo že omenili, se obresti računajo od osnovne glavnice. Poleg te pa poznamo še:

- **povečano glavnico (G^+)**, ki jo dobimo, če h glavnici prištejemo obresti; torej velja: $G^+ = G + o$;
  pomanjšano glavnico (G^-), ki nastane, če od glavnice obresti odštejemo. Postopek zmanjšanja glavnice za obresti imenujemo *diskontiranje*, obrestno mero pa *diskontna obrestna mera*. Velja: $G^- = G - o$.

Obrestni račun ločimo glede na dva kriterija.

a) <u>Glede na čas dospetja glavnice oz. trenutka, v katerem obračunavamo obresti, ločimo</u>:

- **Dekurzivno obrestovanje,** pri katerem je osnova za izračun obresti glavnica na začetku posameznega kapitalizacijskega obdobja. Obresti se pripisujejo h glavnici na koncu kapitalizacijskega obdobja.

$$G \longrightarrow G + o$$

Slika 1: Dekurzivno obrestovanje

- Pri **anticipativnem obrestovanju** pa je osnova za izračun obresti končna vrednost glavnice. V primeru anticipativnega obrestovanja se obresti pripišejo oz. odštejejo od glavnice že na začetku posameznega kapitalizacijskega obdobja.

$$G - o \longleftarrow G$$

V vsakodnevni praksi je pogostejše dekurzivno obrestovanje. Uporaba anticipativnega obrestovanja, ki je pri dani obrestni meri dražje od dekurzivnega, mora biti izrecno navedena v pogodbi.

b) <u>Glede na kapitalizacijo obresti v obračunskem obdobju pa ločimo</u>:

- **Navadni obrestni račun (n. o. r.),** pri katerem *je obrestna osnova ves čas obrestovanja enaka*. Nominalna vrednost obresti je pri ostalih konstantnih pogojih ves čas enaka, saj se vseskozi obrestuje prvotna (začetna) vrednost glavnice. Skupni znesek dolga (glavnica in obresti) zato narašča kot aritmetično zaporedje.

  Obrestnoobrestni račun (o. o .r.), pri katerem *se obresti v vsakem kapitalizacijskem obdobju sproti pripišejo h glavnici*. Govorimo o kapitalizaciji obresti, saj se poleg začetne vrednosti glavnice obrestujejo tudi obresti iz predhodnih kapitalizacijskih obdobij. Pri tem računu glavnica narašča kot geometrijsko zaporedje.

5.2 Štetje dni

V bančnih poslih čas štejemo v letih, polletjih, četrtletjih, mesecih in dnevih. Največ težav nastaja pri najpogostejšem štetju časa, to je v dnevih. Praviloma pri štetju obrestovalnega časa upoštevamo, da se prvi dan ne šteje v obrestovalni čas, zadnji dan pa. V našem bančnem sistemu se pri obračunu obresti šteje dejansko število dni po koledarju, z upoštevanjem dejanskega števila dni v letu (K, 365/366).

Možna so tudi druga štetja dni (K,360), kar pomeni, da banka leto obravnava, kot bi imelo 360 dni. Ker se to dogaja v bančni praksi predvsem pri posojilih, naj omenim, da ta način štetja dni pri nespremenjenih ostalih pogojih podraži kredit. V tujini pa se pojavlja tudi štetje (30, 360), ki poleg zaokroževanja števila dni v letu na 360 zaokroži tudi vsak mesec na enako število dni, tj. 30 dni.

5.3. NAVADNI OBRESTNI RAČUN

Navadni obrestni račun, ki predstavlja osnovo celotnega obrestnega računa, je predvsem značilen za kratkoročne vloge (depozite) in podobne posle.
Kot smo že omenili, izhajamo pri navadnem obrestnem računu iz predpostavke, da obresti ves čas računamo od prvotne (začetne, osnovne) glavnice, ne glede na to, koliko kapitalizacijskih obdobij je medtem preteklo.

OSNOVNI OBRAZCI
o = G x p x l/100
o= G x p x m/ 1200
0 = G x p x d/36500

ZGLED
Dne 3. novembra si je nekdo izposodil 5000 eur. Kolikšne obresti je moral plačati, ko je dne 8. februarja vrnil denar, obrestna mera je 9 %?

o= (G x p x d)/36500 d= (30 – 3) + 31+31+ 8 = 95
o = 119,59

ZGLED
Koliko moramo pri p= 8% na začetku leta vložiti v banko, da nam bodo ob koncu leta pripisali 988 eur obresti?

Čas= 1 leto
o= (G x p x l)/100 – množimo s 100
o x 100= G x p x l - delimo s p x l
(o x 100)/ (p x l) = G
G = 12350

ZGLED
Nekdo nam je 1. aprila posodil 15000 eur, po obrestni meri p= 8 % pri navadnem obrestovanju in dekurzivnem obračunu obresti. Koliko mu moramo vrniti 15. junija istega leta?

Štetje dni! – april 30 -1= 29
maj = 31
junij= 30
julij = 15
skupaj= 105 dni

o = (G x p x d) / 36500
o = (15000 x 8 x 105) / 36500
o = 345,21

Vrniti mu moramo glavnico in obresti.

G + o = 15000 + 345,21
G + = 15345,21 eur.

ZGLED

Glavnica 1000 EUR se je obrestovala od 12. 1. 2009 do 27. 5. 2009. Na koliko je narasla glavnica v tem času, če se obrestuje po 4 % letno, dnevi se štejejo po sistemu (K, 365) in banka za take vloge uporablja navadni obrestni račun ter dekurzivno obrestovanje?

V našem primeru najprej izračunamo število dni obrestovanja glavnice. Od 12. januarja do 27. maja se je v letu 2009 glavnica obrestovala natanko 135 dni. Po osnovnem obrazcu za dneve izračunamo obresti, ki so nastale v tem obdobju:

$$o = \frac{G \cdot p \cdot d}{36500} = \frac{1000 \cdot 4 \cdot 135}{36500} = 14{,}79 \text{ EUR}$$

Ne pozabimo, da denarne enote zaokrožujemo na dve decimalni mesti natančno. K obrestim še pripišemo glavnico, da dobimo iskani znesek.

$$G^{+} = G + o = 1000 + 14{,}79 = 1.014{,}79 \text{ EUR}$$

ZGLED

Glavnica 400 EUR se je obrestovala 4 mesecev, glavnica 500 EUR 2 meseca in glavnica 800 EUR 1 mesec. Izračunajte skupne obresti, če je obrestna mera 3,7 %, obrestovanje dekurzivno in upoštevamo navadni obrestni račun.

Skupne obresti predstavljajo vsoto vseh obresti, ki jih dajo posamezne glavnice za čas njihovega obrestovanja. Za vsako glavnico posebej torej izračunamo, kolikšne obresti prinese v predvidenem času obrestovanja, nato pa te obresti le še seštejemo. Z upoštevanjem osnovne enačbe $o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1200}$ za vajo izračunajte obresti. Njihova vsota je nato 10,48 EUR.

ZGLED

Po kolikšni obrestni meri se je obrestoval dolg 5000 EUR, ki je v pol leta pri upoštevanju dekurzivnega obrestovanja in navadnega obrestnega računa narasel za 125 EUR?

V tem zgledu so obresti že podane, iščemo pa obrestno mero.Izračunamo jo iz osnovne enačbe $o = \frac{G \cdot p \cdot s}{200}$ in tako dobimo $p = \frac{o \cdot 200}{G \cdot s}$. V dobljeno enačbo vstavimo podatke in izračunamo neznanko. Dolg se je obrestoval po 5 % obrestni meri.

Pred štirimi meseci smo si sposodili 2300 EUR. Koliko obresti bomo morali plačati danes pri 3,5 % obrestni meri, če upoštevamo navadno obrestni račun ter dekurzivno obrestovanje?

m = 4 $\quad o = \dfrac{G \cdot p \cdot m}{1200}$

p = 3,5 % $\quad o = \dfrac{2300 \cdot 4 \cdot 3{,}5}{1200} = 26{,}83\ \text{EUR}$

G = 2300 EUR
o = ?

Odg.: Na račun 2300 EUR dolga bomo morali danes plačati 26,83 EUR obresti.

ZGLED

Koliko moramo pri 4 % p.a. vložiti v banko, da nam bodo po preteku dveh let pripisali 80 EUR obresti, če upoštevamo navadno obrestni račun in dekurzivno obrestovanje?

p = 4 % $\quad o = \dfrac{G \cdot p \cdot l}{100}$

l = 2 $\quad G = \dfrac{o \cdot 100}{p \cdot l}$

o = 80 EUR $\quad G = \dfrac{80 \cdot 100}{4 \cdot 2} = 1000\ \text{EUR}$

G = ?

Odg.: Vložiti je treba 1000 EUR.

ZGLED

Izračunajte zmanjšano glavnico, če veste, da znaša glavnica 15.000 EUR, obrestna mera je 5,5 %, kapitalizacijska doba so 3 polletja, uporabljamo pa navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje.

p = 5,5 % $\quad G^{-} = G - o$

s = 3 $\quad o = \dfrac{G \cdot p \cdot s}{200}$

G = 15.000 EUR $\quad o = \dfrac{15000 \cdot 5{,}5 \cdot 3}{200} = 1237{,}50\ \text{EUR}$

G^{-} = ? $\quad G^{-} = 15000 - 1237{,}50 = 13.762{,}50\ \text{EUR}$

Odg.: Zmanjšana glavnica znaša 13.762,50 EUR

ZGLED

Glavnica 500 EUR se je obrestovala 3 mesece, glavnica 300 EUR 2 meseca in glavnica 700 EUR 1 mesec. Izračunajte skupne obresti, če je obrestna mera 3,5 %, obrestovanje dekurzivno, navadno!

Skupne obresti predstavljajo vsoto vseh obresti, ki jih dajo posamezne glavnice za čas njihovega obrestovanja.

$G_1 = 500$ EUR

$m_1 = 3$

$G_2 = 300$ EUR

$m_2 = 2$

$G_3 = 700$ EUR

$m_3 = 1$

<u>p = 3,5 %</u>

$\sum o = ?$

$$\sum_{i=1}^{3} o = o_1 + o_2 + o_3$$

$$o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1200}$$

$$o_1 = \frac{G_1 \cdot p \cdot m_1}{1200}$$

$$o_1 = \frac{500 \cdot 3{,}5 \cdot 3}{1200} = 4{,}38 \text{ EUR}$$

$$o_2 = \frac{G_2 \cdot p \cdot m_2}{1200}$$

$$o_2 = \frac{300 \cdot 3{,}5 \cdot 2}{1200} = 1{,}75 \text{ EUR}$$

$$o_3 = \frac{G_3 \cdot p \cdot m_3}{1200}$$

$$o_3 = \frac{700 \cdot 3{,}5 \cdot 1}{1200} = 2{,}04 \text{ EUR}$$

$$\sum_{i=1}^{3} o = 4{,}38 + 1{,}75 + 2{,}04 = 8{,}17 \text{ EUR}$$

Odg.: Skupne obresti znašajo 8,17 EUR.

ZGLED

Katera glavnica naraste v 3 četrtletjih pri uporabi navadno obrestnega računa in dekurzivnega obrestovanja ter pri 5 % obrestni meri na 3112,50 EUR?

$q = 3$

$p = 5$ %

<u>$G^+ = 3112{,}50$ EUR</u>

$G = ?$

$$G^+ = G + o$$

$$G^+ = G + \frac{G \cdot p \cdot q}{400}$$

$$3112{,}50 = G + \frac{G \cdot 5 \cdot 3}{400}$$

$$3112{,}50 = G + 0{,}0375 \cdot G$$

$$3112{,}50 = 1{,}0375 \cdot G$$

$$G = \frac{3112{,}50}{1{,}0375} = 3000 \textbf{ EUR}$$

Odg.: Glavnica 3000 EUR naraste v treh četrtletjih pri 5 % obrestni meri na 3112,50 EUR.

VAJA

1. Kdaj smo vrnili dolg, če smo si 2. februarja 2009 sposodili 10000 EUR? Posojilo se je obrestovalo po 6 %, vrniti je bilo potrebno 10070,68 EUR, banka pa je upoštevala navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje ter sistem (K, 365)?

2. Na koliko naraste glavnica 2800 EUR v treh četrtletjih pri 2,8 % obrestni meri, pri upoštevanju navadnega obrestnega računa in dekurzivnega obrestovanja?

3. Skupaj z 12 % zamudnimi navadnimi obrestmi smo pri dekurzivnem obrestovanju plačali 838,30 EUR. Koliko so znašale zamudne obresti in kolikšen je bil dolgovan znesek, če smo s plačilom zamudili en mesec?

4. Nekdo nam je 3. aprila posodil 12000 eur, po letni obrestni meri p= 5%, navadno obrestovanje. Koliko mu moramo vrniti 5.11. istega leta (navadnega)?

5. Koliko obresti nam prinese glavnica 10000 eur, če je letna obrestna mera 5%.?

6. Katera glavnica da v času od 15.2. 2005 do 31.10.2005 pri 8% obrestni meri 2000 eur obresti?

7. Izposodili smo si 10000 EUR po obrestni meri 5%. V koliko mesecih moramo vrniti dolg,da obresti ne bodo večje od 500 EUR?

8. Po dveh letih smo na račun dolga 1500 EUR vrnili upniku 1660 EUR. Kakšna je obrestna mera?

9. Izposodili smo si 40000 eur, po obrestni meri p=12%. V koliko dneh moramo dolg vrniti, da obresti ne bodo presegle 3000 eur? (5)

Glavnica 500 EUR se je obrestovala 3 mesece, glavnica 300 EUR 2 meseca in glavnica 700 EUR 1 mesec. Izračunajte skupne obresti, če je obrestna mera 3,5 %, obrestovanje dekurzivno, navadno!

5.4 OBRESTNO OBRESTNI RAČUN

Osnovna značilnost obrestno obrestnega načina je *načelo kapitalizacije obresti*. Obresti torej ne računamo samo od prvotne glavnice, temveč tudi od vseh obresti, nastalih v preteklih kapitalizacijskih obdobjih. Kapitalizacija obresti tako pomeni, da se po preteku kapitalizacijskega obdobja v tem času nastale obresti preoblikujejo v kapital.

Količine obrestno obrestnega računa

- Začetna vrednost glavnice – $\mathbf{G_0}$
- Končna vrednost glavnice - $\mathbf{G_n}$
- Število kapitalizacijskih obdobij (kolikokrat se glavnica skupno obrestuje) – **n**
- Oznaka kapitalizacije (kolikokrat se glavnica obrestuje v enem letu) - **m**

Na začetku se bomo osredotočili le na celoletno kapitalizacijo (kar pomeni, da se glavnica obrestuje po preteku celega leta). Letno obrestno mero v tem primeru lahko označimo kot x % p.a..

$Gn = G_0 \times r^n$

$G_{10} = 1000 \times 1{,}08^{10}$

$G_O =$ začetna glavnica

G n = končna glavnica

P = obrestna mera

r = obrestni faktor $r= 1+ p/100$ – pove nam, kolikokrat se v enem kapitalizacijskem obdobju poveča glavnica glede na prejšnje kapitalizacijsko obdobje,

Končno vrednost glavnice po preteku n – kapitalizacijskega obdobja izračunamo: $Gn = Go \times r^n$

$r = 1+ p/100$

$p = (r – 1) \times 100$

$Gn = Go \times r^n$

$Go = Gn/r^n$

$r^n = G n /Go$

$r = \sqrt[n]{Gn/Go}$

$n= (\log Gn/Go)/ \log r$

3. 1. DEKURZIVNI OBRESTNO OBRESTNI RAČUN

Splošna enačba dekurzivnega obrestno obrestnega računa:

$G_n = G_0 \cdot r^n$, pri čemer je $r = 1 + \frac{p}{100}$,

p = dekurzivna obrestna mera,
r = dekurzivni obrestni faktor.

Pri obrestnem obrestovanju glavnica narašča kot geometrijsko zaporedje, katerega prvi člen je začetna glavnica, količnik pa dekurzivni obrestni faktor r.

ZGLED

Tisoč evrov obrestujemo z desetodstotno obrestno mero. Na koliko se glavnica poveča v 10 – ih letih pri navadnem obrestnem računu in na koliko pri obrestnoobrestnem računu. Na kolikšno vrednost bi narasla po dvajsetih letih?

Navadni obrestni račun

$G_{10} = 1000 + 10 \times 100 = 2000$

$G_{20} = 1000 + 20\ 100 = 3000$

Obrestnoobrestni račun

$G_{10} = 1000 \times 1{,}1^{10} = 2592{,}\ 74$

$G_{20} = 1000 \times 1{,}1^{20} = 6727{,}50$

ZGLEDI

1. Koliko bomo imeli v banki čez 5 let, če danes vložimo 5500 EUR, obrestna mera je 5 %, kapitalizacija celoletna in upoštevamo dekurzivno obrestno obrestovanje?

n = 5 $$G_n = G_0 \cdot r^n$$

m = 1 $$r = 1 + \frac{p}{100}$$

p = 5 % p.a. $$r = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$$

G_0 = 5500 EUR $$G_n = 5500 \cdot 1{,}05^5 = 7019{,}55 \text{ EUR}$$

G_n = ?

Odg.: Čez pet let bomo imeli privarčevanih 7019,55 EUR.

2. Katera glavnica je v enem letu, pri 4,3 % obrestni meri, dekurzivnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji, narasla na 10.430 EUR?

p = 4,3 % p.a. $$G_n = G_0 \cdot r^n$$

n = 1 $$G_0 = \frac{G_n}{r^n}$$

m = 1 $$r = 1 + \frac{p}{100}$$

G_n = 10.430 EUR $$r = 1 + \frac{4{,}3}{100} = 1{,}043$$

G_0 = ? $$G_0 = \frac{10430}{1{,}043^1} = 10.000 \text{ EUR}$$

Odg.: Glavnica 10.000 EUR je v enem letu pri danih pogojih narasla na 10.430 EUR.

3. **Po kakšni obrestni meri je banka obrestovala vlogo 2000 EUR, ki je v dveh letih narasla za 138,31 EUR, če uporabljamo celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestno obrestovanje?**

n = 2

m = 1

G_0 = 2000 EUR

o = 138,31 EUR

p = ?

$$G_n = G_0 \cdot r^n$$

$$G_n = G_0 + o$$

$$G_n = 2000 + 138{,}31 = 2138{,}31 \text{ EUR}$$

$$r = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}}$$

$$r = \sqrt[2]{\frac{2138{,}31}{2000{,}00}} = 1{,}034$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$p = 100 \cdot (r - 1)$$

$$p = 100 \cdot (1{,}034 - 1) = 3{,}4\%$$

Odg.: Našo vloga se je obrestovala po 3,4 % letni obrestni meri.

4. Koliko let se je obrestovala glavnica 8000 EUR, da je pri celoletni kapitalizaciji, dekurzivnem obrestovanju in 4,2 % letni obrestni meri narasla na 10.669,99 EUR?

p = 4,2 % p.a.

G_0 = 8000 EUR

Gn = 10.669,99 EUR

n = ?

$$G_n = G_0 \cdot r^n$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$r = 1 + \frac{4{,}2}{100} = 1{,}042$$

$$n = \frac{\log G_n - \log G_0}{\log r}$$

$$n = \frac{\log 10669{,}99 - \log 8000}{\log 1{,}042} = 7$$

Odg.: Glavnica 8000 EUR se je obrestovala 7 let.

5. V banko smo 2.12.2008 vložili 900 EUR, p = 3,5 % letno, dekurzivno obrestno obrestovanje. Kolikšna je vrednost vloge in obresti dne 30.3.2009, če upoštevamo celoletno kapitalizacijo?

n = 1 leto + 118 dni $\quad G_n = G_0 \cdot r^n$

m = 1 $\quad r = 1 + \frac{p}{100}$

p = 3,5 % p.a. $\quad r = 1 + \frac{3{,}5}{100} = 1{,}035$

$\underline{G_0 = 900\ \text{EUR}}$ $\quad d = \frac{118}{365} = 0{,}3233$

G_n = ? $\quad G_n = 900 \times 1{,}035^{1{,}3233} = 941{,}92\ \text{EUR}$

Odg.: Vrednost vloge in pripadajočih obresti na dan 30.3.2009 je 941,92 EUR.

6. V kolikšnem času se neka glavnica pri 5 % letni obrestni meri in celoletni kapitalizaciji potroji, če upoštevamo dekurzivno obrestno obrestovanje?

p = 5 % p.a. $\quad G_n = G_0 \cdot r^n$

$\underline{Gn = 3G_0}$ $\quad r = 1 + \frac{p}{100}$

n = ? $\quad r = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$

$$3 \cdot G_0 = G_0 \cdot r^n \ / \div G_0$$

$$3 = 1{,}05^n$$

$$\log 3 = n \cdot \log 1{,}05$$

$$n = \frac{\log 3}{\log 1{,}05} = 22{,}5171\ \text{leta}$$

Odg.: Katera koli glavnica se teh pogojih potroji približno v 22,5 leta.

7. Kako dolgo smo imeli najeto glavnico 5000 eur, če se je v tem času povečala na 5700 eur. Banka uporablja obrestnoobrestni račun, dekurzivni način, letno kapitalizacijo z 11 – odstotno letno obrestno mero. Čas izrazimo z leti in dnevi.

n = (log Gn/Go)/ log r = (log 5700/5000) / log 1,11 = 1.2555 leta- 1 leto in 93 dni

VAJE

1. Kolikšna je današnja vrednost 3600 EUR, ki smo jih pred 3 leti vložili v banko, ki obrestuje vloge po 3,6 % letno pri celoletni kapitalizaciji in dekurzivnem obrestnem obrestovanju? (R: G_n = 4002,96 EUR)

2. Koliko je treba vložiti ob rojstvu otroka, da bi ga pri letni kapitalizaciji in dekurzivnem obrestnem obrestovanju ob praznovanju polnoletnosti na vlogi čakalo 5000 EUR,
a) če je letna obrestna mera 5 %;
b) če je letna obrestna mera 9 %?
(R: a) G_0 = 2077,60 EUR; b) G_0 = 1059,97 EUR)

3. Po kakšni obrestni meri se je obrestovala vloga 4000 EUR, ki je po petih letih dekurzivnega obrestnega obrestovanje pri celoletni kapitalizaciji narasla za 820 EUR? (R: p = 3,8 % p.a.)

4. Koliko časa se je obrestovala glavnica 2500 EUR, da je pri letni obrestni meri 2,75 % in dekurzivnem obrestnem obrestovanju ter celoletni kapitalizaciji narasla na 3279,13 EUR? (R: n = 10 let)

5. Znesek 700 EUR se je obrestoval od 20. aprila do 20. septembra istega leta po 4 % letni obrestni meri. Na koliko je narasla glavnica pri dekurzivnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji? (R: G_n = 711,60 EUR)

6. Kako dolgo je bila vložena glavnica 1000 EUR, če je pri 3,9 % obrestni meri, dekurzivnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji dala 10,54 EUR obresti? (R: n = 100 dni)

POGOSTEJŠA KAPITALIZACIJA

Pri obrestnioobrestnem računu se pogosto srečamo s primeri, ko imamo podano letno obrestno mero, kapitalizacija pa je krajša od enega leta. Govorili bomo o relativni in konformni obrestni meri.

M nam pove, kolikokrat se v enem letu obračunavajo obresti, to je število kapitalizacij v enem letu.
M = 2 polletna kapitalizacija,
M = 4 četrtletna kapitalizacija
M= 12 = mesečna kapitalizacija
M = 365 = dnevna kapitalizacija
M = 1 = celoletna kapitalizacija
p letna obrestna mera
pm - obrestna mera pri pogostejši kapitalizaciji

<u>Primer</u>
Izračunaj polletno, četrtletno, mesečno in dnevno obrestno mero, če je letna 12%!
P2= 12/2 = 6% r= 1.06

P4= 12/4= 3% r= 1.03
P12= 12/12= 1
P 365 = 12/365= 0,032387%

Imamo 10000 eur. Letna obrestna mera je 18%. Banka pa obrestuje mesečno. Izračunaj na oba načina in primerjaj rezultat.

a) letna obrestna mera

$Gn = Go \times r^n$
$Gn = 10000 \times 1.18^1$
Gn = 11800 eur

b) p' = 18/12 = 1.5

r = 1,015
$Gn = Go \times r^n$
$Gn = 10000 \times 1,015^{12}$
Gn = 11956,18
Relativna obrestna mera je slabša.